

## Reflexiones sobre la comprensión de los contenidos matemáticos

BENITA MABEL PÉREZ HERNÁNDEZ<sup>1</sup>, BÁRBARA VALDÉS REYES<sup>1</sup>, JUAN CARLOS NAVARRO GONZÁLEZ<sup>1</sup>,  
ELISABET VIVAR REYES<sup>1</sup>, EMMA MARGARITA GIBERT BENÍTEZ<sup>2</sup>.

<sup>1</sup>Escuela Latinoamericana de Medicina / Departamento de Matemática-Física, La Habana, Cuba.

<sup>2</sup>Universidad de Ciencias Pedagógicas "Enrique José Varona", Departamento de Matemática, La Habana, Cuba.

### RESUMEN

**Objetivo:** sistematizar la información sobre la comprensión de los contenidos matemáticos desde diferentes concepciones, principales teorías y aspectos que inciden en su desarrollo.

**Método:** sistematización teórica sobre la comprensión de los contenidos matemáticos sobre documentos elaborados por autores que son clásicos en el tema desde la psicología, la enseñanza de idioma español y de la Matemática, también artículos científicos, tesis de maestría y de doctorado realizadas en los últimos años.

**Resultado:** se logró establecer relaciones entre los conceptos de comprensión, comprensión lectora, comprensión matemática, desde diferentes modelos y teorías y se definió la comprensión de los contenidos matemáticos como el proceso que se desarrolla en cuatro niveles donde los estudiantes utilizan los contenidos matemáticos aplicando los sistemas de acciones propios de cada nivel, para lograr la solución de ejercicios y problemas a partir de la comprensión lectora, las habilidades para establecer relaciones entre lo ya aprendido y lo nuevo, o entre diferentes objetos del conocimiento, la reflexión sobre el trabajo realizado y la comunicación de lo aprendido.

**Conclusiones:** la comprensión matemática es un proceso complejo, multidimensional, dinámico y no lineal, donde son importantes los conocimientos previos de los estudiantes y las relaciones a establecer con ellos, se evalúa mediante el comportamiento observable de los estudiantes cuando realizan las tareas docentes, solos o en pequeños grupos. La comprensión de los contenidos matemáticos mejora con la integración de las TIC en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática.

**Palabras clave:** comprensión matemática; enseñanza de la matemática; crecimiento de la comprensión.

### INTRODUCCIÓN

El proceso de comprensión es complejo para su estudio, y tiene relevancia social y educativa, se estudia en disciplinas como: filosofía, sociología, psicología, lingüística y epistemología; su desarrollo es la base de todos los procesos psíquicos cognitivos y afectivos (1-4).

En muchos de los trabajos analizados se toman como fundamentos psicológicos las teorías cognitivas de Piaget (5-8), consideran el aprendizaje consecuencia de desequilibrios en la comprensión del estudiante, reconocen la importancia de la interacción con la realidad en este proceso, otros investigadores asumen la teoría de la Gestalt (3,9) que refiere al aprendizaje con adquisición de comprensión, donde la percepción juega un papel importante. Ambas teorías constructivistas, enarbolan la existencia de estructuras psicológicas del conocimiento y consideran que la comprensión se apoya en estas estructuras (2,8,10,11). Otros investigadores se refieren a la relación entre la comprensión y el lenguaje que aporta Vigotsky desde el enfoque histórico cultural (12-14).

En otras bibliografías revisadas se pudo constatar que es frecuente vincular la falta de conocimientos matemáticos,

con insuficiencias en determinadas operaciones y procedimientos lógicos del pensamiento y olvidan el modo en que los estudiantes aprenden y todo lo que traen al proceso de aprendizaje relacionado con su entorno sociocultural, que incluye los conocimientos formales que pueden adquirir en libros de textos u otras fuentes de información, y también nociones, sentidos, imágenes, signos, experiencias, propiedades, situaciones, generalizaciones, significados, palabras con las que cada persona puede expresar todo su proceso de pensamiento (4,7,9,12,15).

En la Escuela Latinoamericana de Medicina se trabaja con estudiantes no hispanohablantes procedentes de diversos sistemas educativos y diferentes regiones del mundo, en el departamento de Matemática se elaboró el proyecto de investigación "Estrategia didáctica dirigida al mejoramiento de la comprensión de los contenidos matemáticos en los estudiantes del curso preparatorio de la Escuela Latinoamericana de Medicina" para el mejoramiento del aprendizaje del idioma español y de los contenidos matemáticos.

Este proyecto se encuentra en ejecución y para la ampliación y actualización de la fundamentación teórica se realizó esta revisión bibliográfica con el objetivo de

sistematizar la información sobre la comprensión de los contenidos matemáticos desde diferentes concepciones, principales teorías y aspectos que inciden en su desarrollo.

### MÉTODO

Se realizó una sistematización teórica sobre la comprensión de los contenidos matemáticos, donde se analizó y sintetizó la información con un enfoque histórico lógico. Se revisaron documentos elaborados por autores que son clásicos en el tema desde la psicología, la enseñanza de idioma español y de la Matemática, también artículos científicos, tesis de maestría y de doctorado realizadas en los últimos años en Cuba y en el extranjero, localizadas por internet.

### RESULTADOS

La Matemática tiene un lenguaje propio, diferentes autores consideran que existe relación entre la competencia comunicativa y el desarrollo de las capacidades matemáticas, reconocen que, en la expresión escrita y la palabra, se convierte en herramienta para lograr la comprensión esperada del lenguaje específico de la matemática (16,17). por lo que es necesario comprender el lenguaje matemático para lograr un aprendizaje de calidad (18, 19).

En el lenguaje matemático se utilizan palabras y símbolos que también se emplean en el lenguaje ordinario, pero, con un significado distinto. El lenguaje matemático se distingue del ordinario en cuanto a la exigencia de precisión a la hora de expresar los conceptos y en cuanto a la ausencia de expresiones personales y juicios de valor (9), posee características lógicas, de abstracción, de claridad, de precisión, el estudiante debe conocer, comprender el vocabulario matemático, su interpretación y uso, para expresar relaciones entre objetos de forma clara y concis (20).

Según Van Hiele la comprensión se reconoce como tal, cuando el sujeto actúa adecuada e intencionadamente ante una nueva situación, pero es complicado, pues aprecian la incidencia del contexto educativo (3).

Encontramos autores que han tratado de definir el complejo proceso de la comprensión matemática, otros han avanzado más, porque han propuesto modelos o teorías para explicar y/o evaluar el crecimiento de la comprensión matemática, se pueden mencionar:

- La posición representacionista, que considera el aumento de la comprensión como crecimiento de las redes de representaciones mentales (relaciones, representaciones, modelo mental), producido por la incorporación de nuevas representaciones internas a la red ya existente o por la reestructuración o reorganización, a causa de la creación de nuevas conexiones entre representaciones. Esta posición considera que la comprensión es un proceso en desarrollo (4 9).
- La aproximación histórico-empírica de Sierpinski, que se sustenta en la noción fundamental de acto de comprensión, considerado como la experiencia mental real por la que se relaciona un objeto con otro, esta autora caracteriza los tipo

de actos de comprensión en: identificación, discriminación, generalización y síntesis (5).

- El modelo de significado y comprensión de Godino en 2003 (2), considera que los procesos psicológicos implicados en la comprensión de los aspectos lingüísticos y conceptuales de los objetos matemáticos, están mediatizados por las situaciones problemáticas, los instrumentos semióticos, los hábitos y convenciones compartidas, considera que la comprensión tiene componente discursivo. Ya para el 2010 (21) amplía sus consideraciones y plantea que este modelo se caracteriza por poseer un elemento descriptivo que indica los aspectos y componentes de los objetos matemáticos a comprender, y el elemento procedimental que indica los niveles necesarios en el logro de la comprensión, también este modelo establece relaciones entre la comprensión y la competencia.

- El modelo de proceso de Koyama tiene dos ejes, con cuatro variables jerárquicas de comprensión en el eje vertical y en el eje horizontal tres etapas de aprendizaje que denomina intuitiva, reflexiva y analítica, que no son necesariamente lineales y permiten al estudiante progresar de un determinado nivel de comprensión a otro superior (3).

- En el modelo de Pirie y Kieren, la comprensión matemática se caracteriza por ser un fenómeno recursivo y no lineal, que ocurre cuando el pensamiento se desplaza entre niveles de sofisticación con diferentes medios, son elementos importantes para el desarrollo de la comprensión, esta teoría ha sido aplicada para describir la comprensión de diferentes conceptos (4,10,20).

- La teoría acción-proceso-objeto-esquema (APOE) de Dubinsky (1991-2001), supone que para la comprensión de un concepto matemático, se realizan las acciones mentales en un ciclo de cuatro pasos denominados: acción, proceso, objeto y esquema, es un proceso interminable de construcción de esquemas iterativos, mediante la abstracción reflexiva, un proceso cognitivo en que el estudiante reconstruye y reorganiza las acciones físicas o mentales en un plano más elevado del pensamiento y por tanto las comprende es decir, se basa en la abstracción reflexiva para formar conexiones entre los conceptos. Esta teoría es de amplio uso en la actualidad (10,22).

- En el modelo de Polya se considera que para resolver problemas son necesarias cuatro etapas: comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y el análisis de la solución obtenida, cada etapa acompañada de preguntas para guiar las acciones que se realizan (10,23), como se aprecia le dedica una etapa especial a la comprensión, ya que considera que cuando se cumple esta etapa se desencadenan todos los procesos mentales que permiten seleccionar el plan de solución o la vía.

De todo lo anterior se resume que el logro de la comprensión matemática y el dominio de sus herramientas teóricas no se logran de forma instantánea, ni con lecciones o discursos declarativos aislados, es necesario tiempo para la práctica

guiada por el profesor con tareas docentes seleccionadas y bien planificadas por niveles, de ahí que se considere a la comprensión matemática como un proceso que tiene lugar en el propio proceso de aprender Matemática.

Para el proceso de comprensión matemática, es necesaria la realización de tareas docentes según niveles de desempeño para que los estudiantes vayan avanzando en el proceso de aprender y se proponen los siguientes (10):

- Nivel I: Se resuelven ejercicios formales, a nivel reproductivo.
- Nivel II: Son necesarios los conocimientos y procedimientos con alguna transformación a la hora de utilizarlos. Una característica importante es que pueden establecer relaciones.
- Nivel III: Resuelven problemas donde la vía, por lo general, no es conocida y donde el nivel de producción es más elevado, son capaces de generalizar, establecer cadenas de argumentos y usar estrategias, razonamientos y procedimientos que exigen poner en juego los contenidos matemáticos.

En el análisis de las teorías sobre la comprensión matemática descritas hasta aquí, se encuentran coincidencias en que: es un proceso cognitivo interminable, complejo, dinámico y por etapas o niveles, pero no lineal, donde el estudiante reconstruye y organiza las acciones físicas y mentales en un plano superior del pensamiento.

La integración de las TIC al proceso de enseñanza y aprendizaje favorece la comprensión de los contenidos matemáticos, la actividad mental de los estudiantes y la búsqueda independiente del conocimiento en correspondencia con el diagnóstico individual y grupal, pero tener presente que la tecnología no se debe usar como sustituto de intuiciones y comprensiones básicas, debe enfocarse de manera que estimule y favorezca para hacerlas más sólidas, que puedan contribuir en la toma de decisiones, la reflexión, el razonamiento y la resolución de problemas, que permitan experimentar, explorar aspectos de la matemática y su relación con otras asignaturas y realizar investigaciones (2,17).

Las herramientas más utilizadas en el proceso de enseñanza y aprendizaje son: software, asistentes, blogs, teléfonos inteligentes, correo electrónico, computadoras, tabletas, entre otras. Para integrarlas al proceso se debe precisar el objetivo pedagógico y didáctico para su uso, así como el resultado del diagnóstico aplicado, los métodos a emplear, las formas de organización de la enseñanza y la combinación con otros recursos para enseñar y aprender, tradicionales o no (24,25).

El equipo de investigadores entendió necesario ampliar los conceptos anteriores para el trabajo con estudiantes no hispanohablantes y trabaja en su investigación con la comprensión de los contenidos matemáticos, que ha definido como un proceso que se desarrolla en cuatro niveles donde los estudiantes utilizan los contenidos matemáticos aplicando los sistemas de acciones propios de cada nivel, para lograr la solución de ejercicios y problemas a partir de la comprensión lectora, las habilidades para establecer relaciones entre lo ya aprendido y lo nuevo, o entre diferentes objetos del conocimiento, la reflexión sobre el trabajo realizado y la comunicación de lo aprendido.

### CONCLUSIONES

La comprensión de los contenidos matemáticos es un proceso complejo, multidimensional, dinámico y no lineal, donde son importantes los conocimientos previos de los estudiantes, y se reconocen como componentes los conocimientos, las habilidades, los modos de actuación y los valores que desde la enseñanza y aprendizaje de la Matemática se pueden lograr. Se evalúa mediante el comportamiento observable de los estudiantes cuando realizan las tareas docentes propuestas en correspondencia con el nivel alcanzado, solos o en pequeños grupos, o cuando exponen las soluciones encontradas.

La comprensión de los contenidos matemáticos mejora con la integración de las TIC al proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática, porque los estudiantes adquieren una visión más amplia y profunda del contenido, visualizan conceptos, desarrollan habilidades para establecer relaciones que son necesarias para aprender a lo largo de la vida, según las exigencias actuales de la sociedad en la formación de profesionales.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Vigostky L S. *Pensamiento y lenguaje*. 2da edición. Editorial Pueblo y Educación. La Habana; 1982
2. Díaz Godino J, Batanero C, Font V. *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros en: Didáctica para Maestros*. [Internet]. 2004 [citado 2016 Abril 14]; Disponible en: <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>
3. Van Hiele P M. *El problema de la comprensión. En conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría*. [Internet]. s/f. [citado 2016 abril15]. Disponible en: <http://www.uv.es/gutierre/aprenggeom/archivos2/VanHiele57.pdf>
4. Gallardo Romero J. *Diagnóstico y evaluación de la comprensión del conocimiento matemático. El caso del algoritmo estándar escrito para la comprensión de números naturales*. [tesis doctoral]. España: Universidad de Málaga. [Internet]. 2004. [citado 2016 Abril 14]; Disponible en: <http://funes.uniandes.edu.co/625/2/Gallardo2004Diagnostico.pdf>
5. Gallardo Romero J, González J L, Quispe W. *Interpretando la comprensión matemática en escenarios básicos de valoración. Un estudio sobre las interferencias en el uso de los significados de la fracción*. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. [Internet] 2008. [Citado 2017 nov 15]. 11(3): 355-382. Disponible en: [http://www.redalyc.org/pdf/335/Resumenes/Abstract\\_33511303\\_2.pdf](http://www.redalyc.org/pdf/335/Resumenes/Abstract_33511303_2.pdf)
6. Abrate R S, Pochulu M D, Vargas J M. *Errores y dificultades en Matemática. Análisis de causas y sugerencias de trabajo*. 1ª ed. Buenos Aires: Universidad Nacional de Villa María; 2006
7. Álvarez Pérez M. *El desarrollo de la comprensión Matemática. Memorias del evento Matecompu 2007*. [CD-ROM]. Matanzas: UCP "Juan Marinello Vidaurreta"; 2007

8. Barbosa Alvarenga K. La enseñanza de las inequaciones desde el punto de vista de la teoría APOE, *RevRelime*. [Internet] Jul 2003. [citado 2017 oct 15]; 6(6): 199-219. Disponible en: <http://www.redalyc.org/pdf/335/33560302.pdf>
9. Juidías Barroso J, Rodríguez Ortiz I. Dificultades de aprendizaje e intervención psicopedagógica en la resolución de problemas matemáticos. *Rev Educación* [Internet]. 2007 [citado 2016 marzo 25]; 342: 257-286. Disponible en: [http://www.revistaeducacion.mec.es/re342/re342\\_13.pdf](http://www.revistaeducacion.mec.es/re342/re342_13.pdf)
10. Meel DE. Modelos y teorías de la comprensión matemática: comparación de los modelos de Pirie y Kieren sobre el crecimiento de la comprensión matemática y la teoría APOE. *RevRelime*. [Internet] J. 2003 [citado 2016 marzo 25]; 6(3): 221-271. Disponible en: <http://personal.bgsu.edu/~meel/Research/Meel%28RELIME2003%29.pdf>
11. Sandoval Rubilar P R, Frit Carrillo M, Maldonado Fuentes AM, Rodríguez Alveal F. Evaluación de habilidades en matemática y comprensión lectora en estudiantes que ingresan a pedagogía en educación básica: un estudio comparativo en dos universidades del Consejo de Rectores. [Internet]. Jun 2014. [citado 2015 Mayo 08]; 28(2): 335-346. Disponible en: [http://www.redalyc.org/pdf/335/Resumenes/Abstract\\_33511303\\_2.pdf](http://www.redalyc.org/pdf/335/Resumenes/Abstract_33511303_2.pdf)
12. Roméu Escobar A. comp. El enfoque cognitivo, comunicativo y sociocultural en la enseñanza de la lengua y la literatura. Editorial Pueblo y Educación. La Habana; 2007
13. Carhuanina S. El desafío de la comprensión matemática. [Internet] s/a. [citado 2016 Abril 14]; Disponible en: [http://files.uladech.edu.pe/docente/32844170/DIDACTICA\\_DE\\_LA\\_MATEMATICA\\_PARA\\_/Sesion\\_3/CONTENIDO\\_03%20OK\\_LITA.pdf](http://files.uladech.edu.pe/docente/32844170/DIDACTICA_DE_LA_MATEMATICA_PARA_/Sesion_3/CONTENIDO_03%20OK_LITA.pdf)
14. Palencia de Montañez A, Talavera de Vallejo R. Estrategias innovadoras para la comprensión del lenguaje matemático. *Revista ciencias de la educación*. 2004 jun; 1(23): 47- 59.
15. Álvarez Pérez M., Almeida B, Villegas, E. El proceso de enseñanza- aprendizaje de la Matemática. Documentos metodológicos. Editorial Pueblo y Educación: 2014; La Habana
16. Bueno Becerra DL. Propuesta metodológica para mejorar la interpretación, análisis y solución de ejercicios y problemas matemáticos en los estudiantes de quinto grado de la institución educativa Alejandro Véliz Barrientos. [Internet] 2012. [Citado 2017 nov 15]. Disponible en: <http://www.bdigital.unal.edu.co/8326/1/25055064.2012.pdf>
17. Sastre P, Boubée C, Rey G, Delorenzi, O. La comprensión: proceso lingüístico y matemático. *Rev Iberoam Educ*. [Internet] 2008. [citado 2016 marzo 15]; 46 (8):1-9. Disponible en: <http://rieoei.org/deloslectores/2219Sastre.pdf>
18. Aristizábal Guzmán CA. Fortalecimiento del proceso de comprensión de problemas matemáticos, a través del diseño y la implementación de un Material Educativo Computarizado. (tesis maestría). [Internet] 2014. [Citado 2017 nov 15]. Disponible en: <http://www.bdigital.unal.edu.co/37195/1/8412001.2014.pdf>
19. Sandoval Rubilar PR, I Frit Carrillo M, Maldonado Fuentes AC, Rodríguez Alveal F. Evaluación de habilidades en matemática y comprensión lectora en estudiantes que ingresan a pedagogía en educación básica: un estudio comparativo en dos universidades del Consejo de Rectores. *Rev Educar em*. [Internet] 2010. [Citado 2017 nov 15] NE(2): 73-102. Disponible en: <http://www.scielo.br/pdf/er/nspe2/05.pdf>
20. López C. Habilidades de comprensión lectora requeridas para la solución de problemas matemáticos en alumnos universitarios. Tesis de Maestría en Educación. [Internet] 2015. [Citado 2017 nov 15]; Disponible en: [https://pirhua.udep.edu.pe/bitstream/handle/11042/2311/MAE\\_EDUC\\_170.pdf?sequence=1](https://pirhua.udep.edu.pe/bitstream/handle/11042/2311/MAE_EDUC_170.pdf?sequence=1)
21. Godino Juan D. Perspectiva ontosemiótica de la competencia y comprensión matemática. Universidad de Granada, 2010.
22. Barbosa Arvarenga K. La enseñanza de inequaciones desde el punto de vista de la teoría APOE. [Internet] 2003. [Citado 2017 nov 15]. *Rev Relime*. 6(3):199-219. Disponible en: <http://www.redalyc.org/pdf/335/33560302.pdf>
23. Polya G. (1965). ¿Cómo plantear y resolver problema? México: Trillas
24. Hernández Pérez, BM. La integración de las tecnologías de la información y las comunicaciones al proceso de enseñanza y aprendizaje de la asignatura Matemática en el Curso Premédico de la escuela Latinoamericana de medicina. Tesis doctoral
25. Ronny Gamboa A. Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas en: cuadernos de investigación y formación en educación matemática 2007, Año 2, Número 3, pp. 11-44. Disponible en: [http://cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno3/cuaderno3\\_c1.pdf](http://cimm.ucr.ac.cr/cuadernos/cuaderno3/cuaderno3_c1.pdf)

## Reflections on the understanding of mathematical contents

### ABSTRACT

**Objective:** systematize the information on the understanding of mathematical contents from different conceptions, main theories and aspects that affect their development.

**Method:** theoretical systematization on the comprehension of mathematical contents about documents elaborated by authors that are classics in the subject from psychology, Spanish language and Mathematics, also scientific articles, master's thesis and doctorate made in recent years.

**Results:** we managed to establish relationships between the concepts of comprehension, reading comprehension, mathematical comprehension, from different models and theories and defined the understanding of mathematical content as the process that develops in four levels where students use mathematical contents applying the systems of actions of each level, to achieve the solution of exercises and problems based on reading comprehension, the abilities to establish relationships between what has already been learned and what is new, or between different objects of knowledge, reflection on the work job realized and the communication of what was learned.

**Conclusions:** mathematical comprehension is a complex, multidimensional, dynamic and non-linear process, where the students' prior knowledge and the relationships to be established with them are important, it is evaluated through the observable behavior of the students when they perform the teaching tasks, alone or in small groups.

The understanding of mathematical contents improves with the integration of ICT in the teaching and learning process of Mathematics.

**Keywords:** mathematical understanding; mathematics teaching; growth of understanding.